www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی کشوری درس : **جبر و احتمال**	رشته : **ریاضی و فیزیک**	ساعت شروع : **۸ صبح**	مدت امتحان : **۱۳۵ دقیقه**
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : **۱۰ / ۳ / ۱۳۸۵**	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **نوبت دوم (خردادماه)** سال **۱۳۸۵**		**اداره کل سنجش وارزشیابی تحصیلی**	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	**با استفاده از استقرای ریاضی ثابت کنید :** $\frac{۲}{۳^۱}+\frac{۲}{۳^۲}+\frac{۲}{۳^۳}+.....+\frac{۲}{۳^n}=۱-\frac{۱}{۳^n} \quad (n\in N)$	۱/۷۵
۲	**اگر** a,b **و** c **سه عدد گنگ باشند ، آیا** $abc^۲$ **یک عدد گنگ است؟ چرا؟**	۰/۷۵
۳	**با استفاده از استدلال استنتاجی نشان دهید مجموع سه عدد صحیح زوج متوالی مضربی از ٦ است.**	۱
٤	**اگر** n **عدد ی صحیح و** $n^۲$ **فرد باشد، نشان دهید** n **نیز فرد است.(برهان خلف)**	۱
٥	**۱۰۰ عدد طبیعی متمایز داریم نشان دهیداگر این ۱۰۰ عدد را بر ۱۵ تقسیم کنیم، حداقل ۷ عدد دارای باقیمانده‌ی یکسانی بر ۱۵ هستند .**	۱
٦	**با استفاده از جبر مجموعه ها ثابت کنید :** $(A\cup B\cup C)\cap(A\cup B\cup C')\cap(A\cup B')=A$ **(الف** **اگر** $A\subset B$ **آنگاه** $B'\subset A'$ **(ب**	۲
۷	**اگر** $A=\{۱,۲,۳,۴\}$, $B=\{۱,۴,۵\}$ **باشندعضوهای** $A\times B-B^۲$ **را مشخص‌و روی‌محور مختصات رسم کنید.**	۱/۵
۸	**رابطه‌ی** R **روی** $z\times z$ **به صورت** $(a,b)R(c,d)\Leftrightarrow a^۳-d^۳=c^۳-b^۳$ **تعریف شده است.** **الف) ثابت کنید** R **یک رابطه‌ی هم ارزی است.** **ب) کلاس هم ارزی** $[(۲,۳)]$ **را مشخص کنید.**	۲
۹	**یک سکه‌ی سالم را ۳ بار می اندازیم مطلوب است :** **الف) فضای نمونه ای این تجربه‌ی تصادفی.** **ب) پیشامد** A **آن که حداقل دو بار رو بیاید.** **ج) پیشامد** B **آن که فقط ۲ بار پشت بیاید.** **د) پیشامد** $A\cap B'$ **را مشخص کنید .**	۲
۱۰	**در یک کلاس ۳۲ نفر دانش آموز در ۴ ردیف روی نیمکت نشسته اند به طور تصادفی ۲ نفر از دانش آموزان را انتخاب می کنیم . مطلوب است احتمال این که :** **الف) هر دو از ردیف اول باشند.** **ب) یکی از ردیف اول و یکی از ردیف دوم باشد.**	۱
۱۱	**عددی به تصادف از فضای نمونه ای** $S=\{۱,۲,۳,...,۱۰\}$ **انتخاب می کنیم مطلوب است احتمال این که عدد انتخاب شده فرد یا کمتر از ٦ باشد .**	۱/۷۵
۱۲	**سه دانش آموز** A,B **و** C **با هم مسابقه دو میدانی می دهند احتمال برنده شدن** A **و** C **یکسان ولی احتمال برنده شدن هرکدام سه برابر احتمال برنده شدن** B **است .احتمال آن که** C **یا** B **برنده شوند چقدر است؟**	۱/۷۵
۱۳	**نقطه ای به تصادف داخل مربعی به ضلع ۲ در نظر می گیریم . مطلوب است احتمال این که فاصله‌ی این نقطه از هر رأس مربع کوچکتر از** $\frac{۱}{۲}$ **باشد .**	۱/۵
۱٤	**اگر** $P(A)=۰/۳$ **و** $P(B')=۰/۴$ **و** $P(A\cup B)=۰/۷$ **مطلوب است** $P(A'\cap B')$ **.**	۱
	جمع نمره	**۲۰**

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی کشوری درس : **جبر و احتمال**	رشته : **ریاضی و فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : **۱۰/ ۳ / ۱۳۸۵**
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **نوبت دوم (خرداد ماه)** سال **۱۳۸۵**	**اداره کل سنجش وارزشیابی تحصیلی**

ردیف	راهنمای تصحیح

با عرض سلام و خسته نباشید :

مصححین محترم لطفاً به روش های حل صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید. با تشکر

۱

$$\begin{cases} P(1): \frac{2}{3}=1-\frac{1}{3} \qquad \frac{2}{3}=\frac{2}{3} \qquad (0/25) \\ P(K): \frac{2}{3}+\frac{2}{3^2}+\frac{2}{3^3}+\ldots\ldots+\frac{2}{3^K}=1-\frac{1}{3^K} \qquad (0/25) \end{cases}$$

$P(K+1): \frac{2}{3}+\frac{2}{3^2}+\frac{2}{3^3}+\ldots.+\frac{2}{3^K}+\frac{2}{3^{K+1}}=1-\frac{1}{3^{K+1}}$ **حکم استقرا** $(0/25)$

طرف چپ حکم $=1-\frac{1}{3^K}+\frac{2}{3^{K+1}}=1+\frac{-3+2}{3^{K+1}}=1-\frac{1}{3^{K+1}}$

$(0/25) \qquad (0/5) \qquad (0/25)$

۲

خیر $(0/25)$ $(0/25)$ $C=\sqrt{3}$, $b=2\sqrt{2}$, $a=\sqrt{2}$ **مثال نقض** $\Rightarrow$

$abc^2=\sqrt{2}\times 2\sqrt{2}\times(\sqrt{3})^2=12 \quad (0/25)$

۳

$x=2k \quad , \quad y=2k+2 \quad , \quad z=2k+4 \quad (0/25)$

$x+y+z=2k+(2k+2)+(2k+4)=6k+6=6\underbrace{(k+1)}_{k'}=6k' \quad (0/25)$

$(0/25) \qquad (0/25)$

٤

فرض می کنیم که n **زوج باشد** $(0/25)$ **پس** $n=2k \Rightarrow n^2=4k^2 \Rightarrow n^2=2\underbrace{(2k^2)}_{t} \Rightarrow n^2=2t \quad (0/25)$

$(0/25)$

و این خلاف فرض است پس n **فرد می باشد.** $(0/25)$

۵

r **مجموعهٔ باقیمانده های هر عدد طبیعی بر ۱۵ است (با ۱۵ عضو)** $r=\{0,1,2,3,\ldots,14\}$ $(0/25)$

اگر اعضاء s را به منزلهٔ کبوتر و اعضا r **را به منزلهٔ لانهٔ کبوتر در نظر بگیریم** $100>15$ **طبق اصل لانهٔ کبوتر** $(0/25)$

$100 \;\big|\; \frac{15}{6}$ $(0/25)$ $6+1=7$ $(0/25)$

پس حداقل ۷ عدد از این ۱۰۰ عدد طبیعی دارای باقیماندهٔ یکسانی بر ۱۵ هستند .

٦

الف) $(A\cup B\cup C)\cap(A\cup B\cup C')\cap(A\cup B')=[(A\cup B)\cup(C\cap C')]\cap(A\cup B') \quad (0/25)$

$=[(A\cup B)\cup\phi]\cap(A\cup B') \quad (0/25)$

$=(A\cup B)\cap(A\cup B') \quad (0/25)$

$=A\cup(B\cap B') \quad (0/25)$

$=A\cup\phi=A \quad (0/25)$

راه اول :

ب) $A\subset B\Rightarrow A\cap B=A\Rightarrow (A\cap B)'=A'\Rightarrow A'\cup B'=A'\Rightarrow B'\subset A' \quad (0/25)$

$(0/25) \qquad (0/25)$

راه دوم : $A\subset B\Rightarrow A\cup B=B\Rightarrow (A\cup B)'=B'\Rightarrow A'\cap B'=B'\Rightarrow B'\subset A' \quad (0/25)$

$(0/25) \qquad (0/25)$

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی کشوری درس : **جبر و احتمال**	رشته : **ریاضی و فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : **۱۰/ ۳ / ۱۳۸۵**
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **نوبت دوم (خرداد ماه)** سال **۱۳۸۵**	**اداره کل سنجش وارزشیابی تحصیلی**

ردیف	راهـــنمای تصحیـــــح

۷

$A\times B=\{(x,y)\mid x\in A\ ,y\in B\}$

$A\times B=\{(۱,۱),(۱,۴),(۱,۵),(۲,۱),(۲,۴),(۲,۵),(۳,۱),(۳,۴),(۳,۵),(۴,۱),(۴,۴),(۴,۵)\}$ (۰/۲۵)

$B^{۲}=\{(x,y)\mid x\in B\ ,\ y\in B\}$

$B^{۲}=B\times B=\{(۱,۱),(۱,۴),(۱,۵),(۴,۱),(۴,۴),(۴,۵),(۵,۱),(۵,۴),(۵,۵)\}$ (۰/۲۵)

رسم شکل (۰/۵)

$A\times B-B^{۲}=\{(۲,۱),(۲,۴),(۲,۵),(۳,۱),(۳,۴),(۳,۵)\}$ (۰/۵)

۸

$(a,b)R(a,b)\Leftrightarrow a^{۳}-b^{۳}=a^{۳}-b^{۳}$ **(۱)**(۰/۲۵)

$\begin{cases}(a,b)R(c,d)\Rightarrow (c,d)R(a,b)\\ a^{۳}-d^{۳}=c^{۳}-b^{۳}\Rightarrow c^{۳}-b^{۳}=a^{۳}-d^{۳}\end{cases}$ **(۲)** (۰/۵)

$\begin{cases}(a,b)R(c,d)\ \text{و}\ (c,d)R(e,f)\Rightarrow (a,b)R(e,f)\\ \begin{cases}a^{۳}-d^{۳}=c^{۳}-b^{۳}\\ \overset{+}{\Rightarrow} a^{۳}-f^{۳}=e^{۳}-b^{۳}\ (۰/۵)\\ c^{۳}-f^{۳}=e^{۳}-d^{۳}\end{cases}\end{cases}$ (۳)

از ۱و۲و۳ نتیجه می گیریم R یک رابطه‌ی هم ارزی است (۰/۲۵)

$[(۲,۳)]=\{(x,y)\mid (x,y)R(۲,۳)\}$ (۰/۲۵) $=\{x^{۳}-۳^{۳}=۲^{۳}-y^{۳}\}=\{x^{۳}+y^{۳}=۳۵\}$ (۰/۲۵)

۹

الف) S={(پ ,پ , پ),(ر ,پ , پ),(پ, ر, پ),(ر, ر, پ),(پ , پ , ر),(ر ,پ ,ر),(پ ,ر , ر),(ر , ر , ر)} (۰/۵)

ب) A= {(ر , ر, پ),(ر ,پ , ر),(پ , ر , ر),(ر , ر , ر)} (۰/۵)

ج) B= {(ر , پ , پ),(پ , ر , پ),(پ ,پ , ر)} (۰/۵)

د) $B'=$ {(پ , پ ,پ),(ر , ر , پ),(ر , پ , ر),(پ , ر , ر),(ر , ر,ر)} (۰/۲۵)

$A\cap B'=$ {(ر , ر ,پ),(ر , پ , ر),(پ ,ر , ر)} (۰/۲۵) $A\cap B'=A$ (۰/۲۵) **(یا می توان نوشت)**

۱۰

$n(s)=\binom{۳۲}{۲}$ (۰/۲۵)

الف) $P(A)=\dfrac{\binom{۸}{۲}}{\binom{۳۲}{۲}}$ (۰/۲۵)

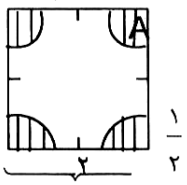
ب) $P(B)=\dfrac{\binom{۸}{۱}\binom{۸}{۱}}{\binom{۳۲}{۲}}$ (۰/۵)

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی کشوری درس ؛ **جبر و احتمال**	رشته : **ریاضی و فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : **۱۰/ ۳ / ۱۳۸۵**
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **نوبت دوم (خرداد ماه)** سال **۱۳۸۵**	**اداره کل سنجش وارزشیابی تحصیلی**

ردیف	راهنمای تصحیح
۱۱	**راه اول :** $s=\{۱,۲,۳,...,۱۰\}$ $n(s)=۱۰$ (۰/۲۵) $A=\{۱,۳,۵,۷,۹\}$ (۰/۲۵) $B=\{۱,۲,۳,۴,۵\}$ (۰/۲۵) $A\cup B=\{۱,۲,۳,۴,۵,۷,۹\}$ (۰/۲۵) $n(A\cup B)=۷$ (۰/۲۵) $P(A\cup B)=\frac{n(A\cup B)}{n(s)}=\frac{۷}{۱۰}$ (۰/۵) **راه دوم :** $A=\{۱,۳,۵,۷,۹\}$ $P(A)=\frac{۵}{۱۰}$ (۰/۲۵) $B=\{۱,۲,۳,۴,۵\}$ $P(B)=\frac{۵}{۱۰}$ (۰/۲۵) $A\cap B=\{۱,۳,۵\}$ (۰/۲۵) $P(A\cap B)=\frac{۳}{۱۰}$ (۰/۲۵) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ (۰/۲۵) $P(A\cup B)=\frac{۵}{۱۰}+\frac{۵}{۱۰}-\frac{۳}{۱۰}=\frac{۷}{۱۰}$ (۰/۵)
۱۲	$P(A)=P(C)=۳P(B)$ (۰/۲۵) $P(A)+P(B)+P(C)=۱$ (۰/۲۵) $\Rightarrow ۳P(B)+P(B)+۳P(B)=۱$ (۰/۲۵) $۷P(B)=۱ \Rightarrow P(B)=\frac{۱}{۷}$ (۰/۲۵) $P(A)=P(C)=۳\left(\frac{۱}{۷}\right)=\frac{۳}{۷}$ (۰/۲۵) $P(B\cup C)=P(B)+P(C)=\frac{۱}{۷}+\frac{۳}{۷}=\frac{۴}{۷}$ (۰/۵)
۱۳	$a(s)=۲\times ۲=۴$ (۰/۲۵) $a(A)=a(\text{قطاع }۴)=a(\text{دایره})=\pi R^۲=\pi\left(\frac{۱}{۲}\right)^۲=\frac{\pi}{۴}$ (۰/۵) $P(A)=\frac{a(A)}{a(s)}=\frac{\frac{\pi}{۴}}{۴}=\frac{\pi}{۱۶}$ (۰/۵) رسم شکل (۰/۲۵) 
۱۴	**راه اول :** $P(B)=۱-P(B')=۱-۰/۴=۰/۶$ (۰/۲۵) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ (۰/۲۵) $۰/۷=۰/۳+۰/۶-P(A\cap B)$ $P(A\cap B)=۰/۲$ $P(A'\cap B')=۱-P(A)-P(B)+P(A\cap B)$ (۰/۲۵) $P(A'\cap B')=۱-۰/۳-۰/۶+۰/۲=۰/۳$ (۰/۲۵) **راه دوم :** $P(A'\cap B')=P(A\cup B)'=۱-P(A\cup B)$ (۰/۵) $P(A'\cap B')=۱-۰/۷=۰/۳$ (۰/۵)

www.alm.loxblog.com